# Übungsblatt 9

**Aufgabe 1** (die Exponentialsequenz)**.**
Zeigen Sie, dass für eine riemannsche Fläche $X$ die von der Exponentialsequenz

$$0 \to \mathbb{Z}_X \to \mathcal{O}_X \to \mathcal{O}_X^* \to 0$$

induzierte Sequenz

$$0 \to \Gamma(X, \mathbb{Z}_X) \to \Gamma(X, \mathcal{O}_X) \to \Gamma(X, \mathcal{O}_X^*) \to 0$$

im Allgemeinen nicht surjektiv ist.
*Hinweis*: Betrachten Sie $X = B_2(0) \setminus \overline{B_1(0)} \subset \mathbb{C}$.

**Aufgabe 2** (der Randoperator)**.**
Zeigen Sie, dass der Randoperator $\delta\colon \mathrm{C}^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \to \mathrm{C}^{q+1}(\mathcal{U}, \mathcal{F})$ einen Gruppenmorphismus mit $\delta^2 = 0$ definiert.

**Aufgabe 3** (Injektivität von $H^1(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \to H^1(X, \mathcal{F})$)**.**
Sei $\mathcal{F} \to X$ eine Garbe, sei $\mathcal{U}$ eine offene Überdeckung von $X$ und sei $\mu\colon \mathcal{V} \to \mathcal{U}$ eine Verfeinerung. Zeigen Sie, dass die induzierte Abbildung $\mu^*\colon H^1(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \to H^1(\mathcal{V}, \mathcal{F})$ injektiv ist. Insbesondere ist die Abbildung $H^1(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \to H^1(X, \mathcal{F})$ injektiv.

**Aufgabe 4** (Kohomologie der Wolkenkratzer-Garbe)**.**
Sei $X$ eine riemannsche Fläche, sei $p \in X$ ein Punkt und sei $\mathbb{C}_p$ die Wolkenkratzer-Garbe im Punkt $p$. Bestimmen Sie $H^*(X, \mathbb{C}_p)$.