Übungsblatt 9

Aufgabe 41:

Sei (E, G) eine Inzidenzebene mit Strecken und Bewegungen. Zeigen Sie: Ist σ_g eine Spiegelung und H eine Halbebene zur Geraden h, dann ist $\sigma(H)$ eine Halbebene zu $\sigma_g(h)$.

Aufgabe 42:

Sei K ein Teilkörper von $\mathbb{R}$. Zeigen Sie: $A^2(K)$ ist eine Ebene mit Strecken, wenn für Punkte $A = (x_1, y_1), B = (x_2, y_2)$ Strecken durch

$$\overline{AB} = \{(x_1, y_1) + \lambda(x_2 - x_1, y_2 - y_1); \lambda \in K, 0 \leq \lambda \leq 1\}$$

definiert werden.
Verifizieren Sie ausführlich das Axiom von Pasch.
Was geht schief, wenn man Strecken durch

$$\overline{AB} = \{(x_1, y_1) + \lambda(x_2 - x_1, y_2 - y_1); \lambda \in K, 0 \leq \lambda < 1\}$$

bzw. durch

$$\overline{AB} = \{(x_1, y_1) + \lambda(x_2 - x_1, y_2 - y_1); \lambda \in K, 0 < \lambda < 1\}$$

definiert ?

Aufgabe 43:

a) In $A^2(\mathbb{Q})$ gibt es keine gleichseitigen Dreiecke (definieren Sie zunächst die Gleichseitigkeit von Dreiecken geeignet mittels Bewegungsaxiomen).
b) Zeigen Sie: In $A^2(\mathbb{Q})$ gibt es nicht immer Winkelhalbierende, d.h. Axiom B3 gilt nicht.

Aufgabe 44:

Sei (E, G) eine Inzidenzebene mit Strecken. Definieren Sie eine Anordnungsrelation $Z \subset E \times E \times E$, so dass die Hilbertschen Axiome Z1 - Z4 erfüllt sind.

Aufgabe 45:

Bilden in der Bewegungsgruppe die Drehungen einen Normalteiler ?