Institut für Geometrie und Topologie
W. Kimmerle

Übungen zu Gruppen- und Darstellungsringen

WS16/17

Aufgabe 24: Zeigen Sie, dass das Isomorphieproblem ganzzahliger Gruppenringe für Gruppen der Ordnung p^4 eine positive Antwort hat.
(p ist eine Primzahl.)

Aufgabe 25: Sei G ein endliche auflösbare Gruppe und $\mathbb{Z}G \cong \mathbb{Z}H$. Alle Sylowgruppen von G seien abelsch. Zeigen Sie, dass dann H zu G isomorphe Sylowgruppen besitzt.
Hinweis: Verwenden Sie zunächst ohne Beweis, dass eine endliche auflösbare Gruppe G mit $O_{p'}(G) = 1$ eine normale p - Sylowgruppe besitzt, wenn diese abelsch ist.
Versuchen Sie dann mit Hilfe der einschlägigen Literatur nachzuvollziehen, wie man dieses gruppentheoretische Resultat beweist.

Aufgabe 26: Sei G eine endliceh Gruppe mit einer abelschen 2 - Sylowgruppe. Dann gibt es (nach einem Satz von J.Walter) Normalteiler M und N von G, so dass $N \subset M$ und $|N|$ und G/M ungerade sind. Ferner ist M/N ein direktes Produkt von einfachen Gruppen mit abelscher 2 - Sylowgruppe und einer 2 - Gruppe.
Zeigen Sie: Ist $\mathbb{Z}G \cong \mathbb{Z}H$, dann besitzt H zu G isomorphe 2 - Sylowgruppen.

Aufgabe 27: Sei G eine endliche auflösbare Gruppe mit einer p - Sylowgruppe ungerader Ordnung p^3. Ist $\mathbb{Z}G \cong \mathbb{Z}H$, dann besitzt H zu G isomorphe p - Sylowgruppen.