Institut für Geometrie und Topologie
W. Kimmerle

Übungsblatt 4

Übungen zu Gruppen- und Darstellungsringen

SS12

Aufgabe 14: Beweisen Sie, dass Gruppen der Gestalt

$$Q_8 \times E \times A$$

hamiltonsch sind.
Hierbei ist E eine elementarabelsche 2 - Gruppe und A eine abelsche Gruppe, deren Elemente ungerade Ordnung besitzen.

Aufgabe 15: Beweisen Sie mit Hilfe des Lemmas von Zorn:
Ist G eine abelsche p - Gruppe von beschränktem Exponenten und g ein Element maximaler Ordnung, dann ist $< g >$ ein direkter Summand von G.

Hinweis: Verwenden Sie hierzu $S := \{N \subset G; N \leq G, N \cap < g >= 1\}$, teilweise geordnet durch Inklusion.

Aufgabe 16: Beweisen Sie, dass $\mathbb{Z}C_\infty$ nur 0 als nilpotentes Element besitzt.

Aufgabe 17: Bestimmen Sie alle endlichen Gruppen G, deren Gruppenalgebren für alle Körper K nur triviale Einheiten besitzen.
Für welche endlichen Gruppen gibt es Körper K, so dass KG nur triviale Einheiten besitzt ?
(Eine Einheit heisst trivial, wenn sie von der Form $k \cdot g, k \in K^*, g \in G$ ist.)

Aufgabe 18: Sei G eine Gruppe, die genau eine Involution besitzt. Sei U eine Torsionsuntergruppe von $V(\mathbb{Z}G)$ gerader Ordnung. Zeigen Sie, dass dann U ebenfalls genau eine Involution besitzt.