

## Übungsblatt 4

### Aufgabe 16:

Sei  $K$  ein Körper. Berechnen Sie alle Idempotente des Ringes der oberen  $3 \times 3$  - Dreiecksmatrizen über  $K$ . Welche sind primitiv, welche sind zueinander orthogonal. Wie sehen primitive Zerlegungen der 1 aus ?

Setzen Sie die Ergebnisse in Bezug zu Aufgabe 11 .

### Aufgabe 17:

Sei  $D$  ein Schiefkörper. Berechnen Sie eine zentral - primitive Zerlegung der 1 von  $R = D^{n \times n}$ . Ist  $R$  ein einfacher Ring ?

Hinweis: Ist  $R$  ein Ring und das Zentrum  $Z(R)$  sei ein Körper. Wie sieht dann eine zentral - primitive Zerlegung der 1 aus ?

### Aufgabe 18:

Sei  $G$  eine abelsche  $p$  - Gruppe. Berechnen Sie alle Idempotente von  $F_p G$ .

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst alle Elemente  $a \in F_p G$  mit  $a^p = a$ .

### Aufgabe 19:

Berechnen Sie das Zentrum von  $\mathbb{Q}S_3$  (Angabe einer  $\mathbb{Q}$  - Basis genügt) und alle zentralen Idempotente von  $\mathbb{Q}S_3$  in der Form  $\sum_{g \in S_3} c_g g, c_g \in \mathbb{Q}$ . Wie sieht die zentralprimitive Zerlegung der 1 aus ?

### Aufgabe 20:

- Bestimmen Sie eine treue rationale Darstellung von  $S_3$  vom Grad 2.
- Zeigen Sie  $\mathbb{Q}C_2$  ist ein Bild von  $\mathbb{Q}S_3$ ?
- Zeigen Sie:

$$\mathbb{Q}S_3 := \left( \begin{array}{cc} \mathbb{Q} & \mathbb{Q} \\ \mathbb{Q} & \mathbb{Q} \end{array} \right) \times \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$$

Bestimmen Sie hiermit eine  $\mathbb{Q}$  - Basis des Zentrums aus zentral - primitiven Idempotenten und drücken Sie diese in der Basis aus der vorigen Aufgabe aus.