

COMPUTERPRAKTIKUM, MATLAB

Interpolation und Ausgleichsrechnung

Einführung: Sei $V \subset \text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ $(n + 1)$ -dimensionaler linearer Unterraum und $n \in \mathbb{N}$. Weiter seien Stützstellen $\{x_i\}_{i=0}^n \subset \mathbb{R}$ sowie Zielwerte $\{y_i\}_{i=0}^n \subset \mathbb{R}$ gegeben.

Aufgabe: Finde $p \in V$ (Interpolierenden), sodass $p(x_i) = y_i, i = 1, \dots, n$.

Problem bei der Interpolation: Falls mehr Daten als Basisfunktionen vorliegen, d.h. $(x_i, y_i), i = 1, \dots, m, \dim(V) = n + 1$ mit $m > n$, ist i. A. nicht zu erwarten, dass ein $p \in V$ existiert mit $p(x_i) = y_i, i = 1, \dots, m$.

Ausgleichsproblem: Sei $n \in \mathbb{N}$ und $V \subset \text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ $(n + 1)$ -dimensionaler linearer Unterraum. Weiter seien Daten (x_i, y_i) für $i = 1, \dots, m \in \mathbb{N}$ gegeben. Gesucht ist ein $p \in V$, welches den quadratischen Fehler

$$\min_{p \in V} \sum_{i=0}^m \|p(x_i) - y_i\| \quad (1)$$

minimiert.

Aufgabe 1: Arbeiten Sie sich in das Thema der Interpolation/Ausgleichsrechnung ein.

Aufgabe 2: Implementieren Sie in MATLAB das *Siebs des Eratosthenes* für eine frei wählbare obere Schranke. Sie erhalten je nach oberer Schranke $m \in \mathbb{N}$ Primzahlen $q_i, i = 1, \dots, m$. Ordnen Sie jeder Primzahl eine weitere Zahl $x_i, i = 1, \dots, m$ zu (bspw. Durchnummerierung) um eine Datenmenge $(x_i, q_i), i = 1, \dots, m$ zu erzeugen.

Aufgabe 3: Implementieren Sie in MATLAB einen Lösungsalgorithmus zur Bestimmung von $p \in \text{Pol}^n(\mathbb{R})$ (Raum der reellwertigen Polynome vom Grad n) für den Fall $m = n$. (Siehe auch Aufgabe 4!)

Aufgabe 4: Implementieren Sie mit MATLAB ein *Direktes-Verfahren* (Gauß'sches Eliminationsverfahren) zum Lösen des in Aufgabe 3 entstanden LGS.

Aufgabe 5: Implementieren Sie mit MATLAB einen Lösungsalgorithmus zur Bestimmung eines Ausgleichspolynoms für den Fall $m > n$.

Aufgabe 6: Implementieren Sie mit MATLAB ein weiteres *Direktes-Verfahren* (QR-Zerlegung) zum Lösen des in Aufgabe 5 entstanden LGS.

Aufgabe 7: Überlegen Sie sich eine geeigneten Wahl der grafischen Darstellung.