

## COMPUTERPRAKTIKUM, MATLAB

### Interpolation und Ausgleichsrechnung

**Einführung:** Sei  $V \subset \text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$   $(n + 1)$ -dimensionaler linearer Unterraum und  $n \in \mathbb{N}$ . Weiter seien Stützstellen  $\{x_i\}_{i=0}^n \subset \mathbb{R}$  sowie Zielwerte  $\{y_i\}_{i=0}^n \subset \mathbb{R}$  gegeben.

Aufgabe: Finde  $p \in V$  (Interpolierenden), sodass  $p(x_i) = y_i, i = 1, \dots, n$ .

Problem bei der Interpolation: Falls mehr Daten als Basisfunktionen vorliegen, d.h.  $(x_i, y_i), i = 1, \dots, m, \dim(V) = n + 1$  mit  $m > n$ , ist i. A. nicht zu erwarten, dass ein  $p \in V$  existiert mit  $p(x_i) = y_i, i = 1, \dots, m$ .

Ausgleichsproblem: Sei  $n \in \mathbb{N}$  und  $V \subset \text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$   $(n + 1)$ -dimensionaler linearer Unterraum. Weiter seien Daten  $(x_i, y_i)$  für  $i = 1, \dots, m \in \mathbb{N}$  gegeben. Gesucht ist ein  $p \in V$ , welches den quadratischen Fehler

$$\min_{p \in V} \sum_{i=0}^m \|p(x_i) - y_i\| \quad (1)$$

minimiert.

**Aufgabe 1:** Arbeiten Sie sich in das Thema der Interpolation/Ausgleichsrechnung ein.

**Aufgabe 2:** Implementieren Sie in MATLAB das *Siebs des Eratosthenes* für eine frei wählbare obere Schranke. Sie erhalten je nach oberer Schranke  $m \in \mathbb{N}$  Primzahlen  $q_i, i = 1, \dots, m$ . Ordnen Sie jeder Primzahl eine weitere Zahl  $x_i, i = 1, \dots, m$  zu (bspw. Durchnummerierung) um eine Datenmenge  $(x_i, q_i), i = 1, \dots, m$  zu erzeugen.

**Aufgabe 3:** Implementieren Sie in MATLAB einen Lösungsalgorithmus zur Bestimmung von  $p \in \text{Pol}^n(\mathbb{R})$  (Raum der reellwertigen Polynome vom Grad  $n$ ) für den Fall  $m = n$ . (Siehe auch Aufgabe 4!)

**Aufgabe 4:** Implementieren Sie mit MATLAB ein *Direktes-Verfahren* (Gauß'sches Eliminationsverfahren) zum Lösen des in Aufgabe 3 entstanden LGS.

**Aufgabe 5:** Implementieren Sie mit MATLAB einen Lösungsalgorithmus zur Bestimmung eines Ausgleichspolynoms für den Fall  $m > n$ .

**Aufgabe 6:** Implementieren Sie mit MATLAB ein weiteres *Direktes-Verfahren* (QR-Zerlegung) zum Lösen des in Aufgabe 5 entstanden LGS.

**Aufgabe 7:** Überlegen Sie sich eine geeigneten Wahl der grafischen Darstellung.