

**Aufgabe 2.3**

- d) Analog zu Teil c) kann mithilfe des Bahnenlemmas die Ordnung von  $B_n(K)$  bestimmt werden. Betrachte dazu die Bahn von  $e_1$ . Es gilt  $\theta_{e_1} = \{(a, 0, \dots, 0)^T \mid a \in K^\times\}$ . Für den Stabilisator gilt

$$\text{Stab}_G(e_1) = \left\{ \left( \begin{array}{c|c} 1 & * \dots * \\ \hline 0 & A \end{array} \right) \mid A \in B_{n-1}(K) \right\}.$$

Wir erhalten  $|G| = |\theta_{e_1}| \cdot |\text{Stab}_G(e_1)| = (q-1) \cdot q^{n-1} \cdot |B_{n-1}(K)|$ .

Mit Induktion bestimmt man die Formel für die Ordnung von  $B_n(K)$ . Wir erhalten:

$$|B_n(K)| = q^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot (q-1)^n.$$

Für  $U_n(K)$  bestimmen wir analog die Ordnung  $q^{\frac{n(n-1)}{2}}$ .