Algebra
SS 2016

W.Kimmerle, A.Zvonareva

Übungsblatt 3

Aufgabe 1:

Sei G eine Gruppe und seien H, K Untergruppen von G.

a) Zeigen Sie, dass, wenn H in K normal ist, dann ist $K \subset N_G(H)$ ($N_G(H)$ ist der Normalisator von H in G).

b) Zeigen Sie, dass, wenn K eine Untergruppe von $N_G(H)$ ist, dann ist KH eine Untergruppe und H ist in KH normal.

Aufgabe 2:

$G \leq GL_n(K)$ operiere durch Matrixmultiplikation auf $\mathbb{R}^n$. Bestimmen Sie alle Bahnen der Operation,

a) wenn $G = SL_n(\mathbb{R}) = \{M \in GL_n(\mathbb{R}); det(M) = 1\}$ die spezielle lineare Gruppe ist;

b) wenn $G = O(n) = \{M \in Gl(n, \mathbb{R}); M^tM = MM^t = I\}$ die orthogonale Gruppe ist;

c) wenn G die Gruppe der invertierbaren Diagonalmatrizen ist;

d) wenn $G = B_n(\mathbb{R})$ die Gruppe der regulären oberen Dreiecksmatrizen ist.

Aufgabe 3:

a) Bestimmen Sie alle endliche Gruppen, die 2 Konjugationsklassen haben.

b) Bestimmen Sie alle endliche p-Gruppen, die 3 Konjugationsklassen haben.

Aufgabe 4:

Sei G eine p-Gruppe.

a) Zeigen Sie, dass der Index von $Z(G)$ in G nicht gleich p ist.

b) Zeigen Sie: Wenn $\mid G \mid= p^2$ ist, dann ist G abelsch.

Aufgabe 5:

schriftlich bis Montag 25.4, abzugeben in den Gruppenübungen

Seien h und g in S_n Produkte von disjunkten Zykeln. Zeigen Sie, dass h und g in S_n dann und nur dann konjugiert sind, wenn h und g für jedes $k \in \mathbb{N}$ gleiche Anzahl von Zykeln der Länge k haben.
Bestimmen Sie alle Konjugationsklassen von S_4.

Hinweis: Nächste V-Übung im 57-06 am 27.4 um 15.45h .