

## Übungsblatt 13

### Aufgabe 1:

Beweisen Sie den noch fehlenden Teil des Zusatzes zum Teil b) des Hauptsatzes der Galoistheorie:

Sei  $L \supseteq K$  eine Galoiserweiterung und  $M \in \mathcal{M}(L, K)$ . Ist  $\text{Aut}(L, M)$  normal in  $G$ , dann gilt  $\sigma(M) = M \forall \sigma \in G = \text{Aut}(L, K)$ .

### Aufgabe 2:

Sei  $K' \supseteq K$ . Zeigen Sie: Falls es ein  $z \in K'$  mit  $K' = K(z)$  gibt, so dass  $z^d = 1$  ist und  $z$  als Einheit die Ordnung  $d$  hat, dann ist  $K' \supseteq K$  sowohl eine Galoiserweiterung als auch eine Radikalerweiterung.  $\text{Aut}(K', K)$  ist abelsch.

In den Übungen am 11.7. werden außerdem die Aufgaben der Übungsklausur besprochen.

**Die folgenden Aufgaben und weitere Beispiele zur Galoistheorie und ihrer Anwendung werden in die Vorlesungen der letzten Woche integriert.**

### Aufgabe 3:

Berechnen Sie die Galoisgruppe  $\text{Gal}(f)$  von  $f = x^5 - 2 \in \mathbb{Q}$ . Ist sie auflösbar? Besitzt sie eine Untergruppe isomorph zur Diedergruppe der Ordnung 10? Bestimmen Sie die Zwischenkörper des Zerfällungskörpers von  $f$ , die zu Normalteilern von  $\text{Gal}(f)$  korrespondieren.

### Aufgabe 4:

Sei  $L$  der Zerfällungskörper von  $f(x) = x^4 - 2 \in \mathbb{Q}$ . Berechnen Sie alle Teilkörper von  $L$ . Ist jedes  $z \in L$  mit Zirkel und Lineal aus  $\{0, 1\}$  konstruierbar?

### Aufgabe 5:

Zeigen Sie, dass das reguläre 9 - Eck nicht mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist.