

## Übungsblatt 11

### Aufgabe 1:

Bestimmen Sie

- a)  $[\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{2}) : \mathbb{Q}(\sqrt{3})]$
- b)  $[\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{2}) : \mathbb{Q}]$
- c)  $[\mathbb{Q}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) : \mathbb{Q}]$
- d) Alle Teilkörper von  $L := \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{2})$ .

Ist  $L$  ein Zerfällungskörper eines Polynoms  $f \in \mathbb{Q}[x]$ ?

### Aufgabe 2:

Sei  $x$  transzendent über  $F$ ,  $K \subset F(x)$  ein Teilkörper,  $F \subset K$ ,  $K \neq F$ . Zeigen Sie:  $x$  ist algebraisch über  $K$ .

### Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Faktorisierung des Polynoms  $x^4 + 1$  über  $\mathbb{F}_5$ ,  $\mathbb{F}_{25}$  und  $\mathbb{F}_{125}$ .  
Bestimmen Sie einen Zerfällungskörper von  $x^4 + 1 \in \mathbb{F}_5[x]$ .

### Aufgabe 4:

Sei  $L \supseteq \mathbb{C}$  eine Körpererweiterung mit  $|L : \mathbb{C}| < \infty$ . Zeigen Sie:  $L = \mathbb{C}$ .  
Gibt es einen Körper, der  $\mathbb{C}$  als Teilkörper enthält aber verschieden von  $\mathbb{C}$  ist?

### Aufgabe 5:

- a) Sei  $L$  der Zerfällungskörper von  $f(x) = x^3 + x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$ . Berechnen Sie  $[L : \mathbb{Q}]$ .
- b) Bestimmen Sie die Galoisgruppe von  $f$ .

### Aufgabe 6:

**schriftlich bis Montag 27.6, abzugeben in den Gruppenrängen**

Bestimmen Sie alle Automorphismen von  $\mathbb{Q}(\sqrt[5]{3})$ .