

Übungsblatt 11

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie

- a) $[\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{2}) : \mathbb{Q}(\sqrt{3})]$
- b) $[\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{2}) : \mathbb{Q}]$
- c) $[\mathbb{Q}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) : \mathbb{Q}]$
- d) Alle Teilkörper von $L := \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{2})$.

Ist L ein Zerfällungskörper eines Polynoms $f \in \mathbb{Q}[x]$?

Aufgabe 2:

Sei x transzendent über F , $K \subset F(x)$ ein Teilkörper, $F \subset K$, $K \neq F$. Zeigen Sie: x ist algebraisch über K .

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Faktorisierung des Polynoms $x^4 + 1$ über $\mathbb{F}_5, \mathbb{F}_{25}$ und \mathbb{F}_{125} .
Bestimmen Sie einen Zerfällungskörper von $x^4 + 1 \in \mathbb{F}_5[x]$.

Aufgabe 4:

Sei $L \supseteq \mathbb{C}$ eine Körpererweiterung mit $|L : \mathbb{C}| < \infty$. Zeigen Sie: $L = \mathbb{C}$.
Gibt es einen Körper, der \mathbb{C} als Teilkörper enthält aber verschieden von \mathbb{C} ist?

Aufgabe 5:

- a) Sei L der Zerfällungskörper von $f(x) = x^3 + x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$. Berechnen Sie $[L : \mathbb{Q}]$.
- b) Bestimmen Sie die Galoisgruppe von f .

Aufgabe 6:

schriftlich bis Montag 27.6, abzugeben in den Gruppenrängen

Bestimmen Sie alle Automorphismen von $\mathbb{Q}(\sqrt[5]{3})$.