W.Kimmerle, A.Zvonareva

Übungsblatt 10

Aufgabe 1:

a) Sei R ein Hauptidealbereich. Zeigen Sie: Sind $a, b \in R$ koprim (wobei koprim bedeutet $x|a, x|b \Rightarrow x$ ist ein Einheit), dann gibt es $c, d \in R$ mit $1 = ac + bd$.

b) Sei R ein Hauptidealbereich mit Quotientenkörper K. Sei F ein Ring, wobei $R \subseteq F \subseteq K$. Zeigen Sie: F ist ein Hauptidealbereich.

Aufgabe 2:

Sei Φ_n das n-te Kreisteilungspolynom über $\mathbb{C}$, $n \geq 1$. Zeigen Sie:

a) $n = \sum_{d|n} \phi(d)$.

b) $\Phi_n \in \mathbb{Z}[x]$ und $x^n - 1 = \prod_{d|n} \Phi(d)$.

Aufgabe 3:

a) Zeigen Sie: $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ haben keine Körperautomorphismen ausser der Identität.

b) Bestimmen Sie alle Körperautomorphismen f von $\mathbb{C}$ mit $f(r) = r$ für alle $r \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 4:

In $\mathbb{R} \supseteq \mathbb{Q}$ sei $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. Bestimmen Sie das Minimalpolynom von α.

Aufgabe 5:

schriftlich bis Montag 20.6, abzugeben in den Gruppenübungen

Bestimmen Sie, ob das Polynom $x^5 - x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 6x - 1$ irreduzibel in $\mathbb{Z}[x]$ ist, andernfalls bestimmen Sie seine irreduzible Teiler.